

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Косенок Сергей Михайлович
Должность: ректор
Дата подписания: 23.06.2025 14:53:18
Уникальный программный ключ:
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Дифференциальные уравнения

Код, направление подготовки	27.03.04, Управление в технических системах
Направленность (профиль)	Инженерия автоматизированных, информационных и робототехнических систем
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Автоматики и компьютерных систем

Типовые задания для контрольной работы:

1. Составить дифференциальное уравнение данных семейств линий

$$y = e^{Cx}.$$

$$y = (x - C)^3.$$

$$y = Cx^3.$$

$$y = \sin(x + C).$$

$$x^2 + Cy^2 = 2y.$$

$$y^2 + Cx = x^3.$$

$$y = C(x - C)^2.$$

$$Cy = \sin Cx.$$

2. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

$$y'^2 + x = 2y.$$

$$y'^2 - 2xy' = 8x^2.$$

$$x = y'^3 + y'.$$

$$x = y' \sqrt{y'^2 + 1}.$$

3. Найти решение задачи Коши:

$$y' = 3\sqrt[3]{y^2}; y(2) = 0.$$

$$xy' + y = y^2; y(1) = 0.5.$$

4. Решить геометрическую и физическую задачи:

Задача 1.

Найти кривые, касательные к которым в любой точке образуют равные углы с полярным радиусом и полярной осью.

Задача 2.

Сосуд объемом в 20 л. Содержит воздух (80% азота и 20% кислорода). В сосуд втекает 0.1 л. азота в секунду, который непрерывно перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Через сколько времени в сосуде будет 99% азота?

5. Различными методами понижения порядка уравнений найти их решения:

$$(1 - x^2)y'' + xy' = 2.$$

$$yy'' - 2yy' \ln y = y'^2.$$

$$(y' + 2y)y'' = y'^2.$$

$$y'''y'^2 = y''^3.$$

$$xy'' = y' + x(y'^2 + x^2).$$

$$xy^{IV} = 1.$$

$$y''' = 2xy''.$$

$$yy''' + 3y'y'' = 0.$$

$$yy'' = y'(y' + 1).$$

$$yy'' + y'^2 = 1.$$

6. Записать общее решение ЛОДУ

$$y'' - 4y' + 5y = 0.$$

$$y'' + 4y = 0.$$

$$y^{IV} - y = 0.$$

$$y^{VI} + 64y = 0.$$

7. Записать общее решение НОДУ, используя метод подбора частного решения по виду правой части:

$$y'' - 2y' - 3y = e^{4x}.$$

$$y'' - y = 2e^x - x^2.$$

$$y'' + y' - 2y = 3xe^x.$$

$$y'' - 3y' + 2y = \sin x.$$

8. Записать общее решение НОДУ, используя метод вариаций произвольной постоянной:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}.$$

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^{x+1}}.$$

9. Применяя различные способы решить систему, проверить правильность совпадением решений и подстановкой в систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = y - 2x - 2z, \\ \dot{y} = x - 2y + 2z, \\ \dot{z} = 3x - 3y + 5z \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y - z, \\ \dot{y} = 3x - 4y - 3z, \\ \dot{z} = 2x - 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t, \\ \dot{y} = 5x - y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = y + \operatorname{tg}^2 t - 1, \\ \dot{y} = -x + \operatorname{tg} t. \end{cases}$$

Типовые вопросы к зачету:

1. Основные понятия и теоремы для ОДУ 1 порядка. Изоклины. Поле направлений.
2. Уравнения с разделенными переменными. Уравнения с разделяющимися переменными
3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка разрешенного относительно производной.
4. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным.
5. Обобщенно-однородные уравнения
6. Линейные уравнения.
7. Уравнение Бернулли.
8. Уравнение Рикатти.
9. Уравнения в полных дифференциалах.
10. Уравнения, не разрешенные относительно производной.
11. Уравнения Лагранжа и Клеро
12. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особое решение.
13. Основные понятия для ОДУ высших порядков.
14. Уравнения, допускающие понижение порядка
15. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.

16. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядка
17. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных
18. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
19. Уравнение Эйлера.
20. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия.
21. Интегрирование нормальных систем.
22. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
23. Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.
24. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью (метод вариаций постоянных).