Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Косенок Сергей Михайлович
Должность: ректор
Дата подписания: 19.06.2024 07:19:58
Уникальный программный ключ:
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Название дисциплины «Вычислительная математика», 7 семестр

Код, направление подготовки	09.03.01, Информатика и вычислительная техника
Направленность (профиль)	ИИиЭС
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Автоматизированных систем обработки информации и управления
Выпускающая кафедра	Автоматизированных систем обработки информации и управления

Типовые задания для контрольной работы:

1. Для решения уравнения

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

на отрезке [-1; 2] используется метод дихотомии. Выполняется третий шаг. Какой из указанных интервалов будет содержать корень?

а) [0; 2];
б) [0.5; 2];
в) [0.875; 1.25];
г) [0.9; 1.25];
д) [0.5; 1.25].

2. Определить отрезок, на котором уравнение

$$x^2 - 5\sin x = 0$$

имеет хотя бы один корень?

а) [$\frac{\pi}{2}$; π];

б) [0.1; $\frac{\pi}{2}$];

в) [2.5; π];

г) [$\frac{\pi}{2}$; 1.6];

д) уравнение корней не имеет.

3. Какой метод решения нелинейных уравнений наиболее чувствителен к выбору начального приближения (с точки зрения скорости сходимости)?

а) Ньютона;
б) дихотомии;
в) итераций;
г) Зейделя
д) хорд.

4. Уравнение *f(x)=0* в методе итераций приводится к виду $x = \varphi(x)$. Какое условие должно выполняться для функции $\varphi(x)$?

а) $\varphi(x)\varphi''(x) > 0$;

б) $\max|\varphi'(x)| < 1$;

в) $\max|\varphi''(x)|<1$*;*

г) $\varphi(x)\varphi''(x)<0$*;*

д) нет верного ответа.

5. На каком из указанных интервалов возможно применение метода Ньютона для решения уравнения

$$x^3-x^2-25x+2=0\,?$$

а) [5, 6];
б) [2, 3];
в) [-3, -1];
г) [-2.1, -1.2];
д) ни на одном из указанных интервалов.

6. Пусть применен один шаг метода хорд для решения нелинейного уравнения

$$x^4+x^3-2x^2-10x-2=0$$

на отрезке [2; 3]. Какой интервал получим для дальнейшего поиска корня?

а) [2.48; 3];
б) [2.09; 3];
в) [2; 2.09];
г) [2; 2.5];

7. Даны следующие шаги алгоритма решения систем нелинейных уравнений методом простых итераций:

1) $x^{(k+1)}=\varphi(x^{(k)})$;
2) $k{:=}0$ (номер итерации);
3) если $\left\|x^{(k+1)}-x^{(k)}\right\|\le\varepsilon$, то корень $x^{(k+1)}$,иначе $k{:=}k+1$ и выполнить шаги 1, 3;
4) выбрать начальное приближение $x^{(0)}$.

Выбрать правильную последовательность их реализации.

а) 1), 2), 3), 4);
б) 4), 3), 2), 1);
в) 4), 2), 1), 3);
г) 4), 3), 1), 2).

8. Уравнение *f(x)=0* решается методом Ньютона. Какая из нижеприведенных формул является правильной?

а) $x_{k+1}=x_k-\dfrac{x_k-x_{k-1}}{f(x_k)-f(x_{k-1})}\cdot f(x_k)$*;*

б) $x_{k+1}=\varphi(x_k)$*;*

в) $x_{k+1}=x_k-\dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$*;*

г) $x_{k+1}=\dfrac{a+b}{2}$.

9. Из нижеприведенных формул выбрать ту, которая соответствует итерационному процессу вычисления корня уравнения

$$x^3+3x^2-1=0$$

методом простой итерации для интервала [-3; -2].

а) $x_{n+1}=\dfrac{1}{x_n^2}-3$*;*

б) $x_{n+1}=\sqrt{(1-3x_n^2)/3}$*;*

в) $x_{n+1}=\dfrac{1}{x_n^2}-2$*;*

г) $x_{n+1}=\sqrt{(1-x_n^3)/3}$.

10. Для нелинейного уравнения

$$x^3 - x^2 - 16x + 4 = 0$$

определить отрезки, содержащие только один корень.

а) [-4; -2], [-1; 8];
б) [-4; -2], [-2; 8/3], [4; 5];
в) [-2; 10];
г) [-3; -2], [-2;-1], [2; 4];
д) [-4; 8].

11. Система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$, где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1{,}5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 5{,}5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

решается методом скалярной прогонки $x_i=\alpha_i x_{i+1}+\beta_i$. Чему равны коэффициенты α_1 ,β_1?

а) $\alpha_1= 3,\beta_1=1$
б) $\alpha_1= 3,\beta_1=4$
в) $\alpha_1= -1,\beta_1=4$
г) $\alpha_1= -1/3,\beta_1=4/3$
д) $\alpha_1= -1/3,\beta_1= - 4/3$

12. Какой из приведенных ниже методов наиболее подходит для решения системы линейных алгебраических уравнений $Ax=b$, где $\grave{A} = \begin{pmatrix} 12 & -6 & 76 & 1 \\ 3 & 7 & 7 & 2 \\ 5 & -3 & 7 & -6 \\ 6 & 5 & -9 & 7 \end{pmatrix}$ cond(A)=15.73

а) метод вращений
б) метод Гаусса
в) метод квадратных корней
г) метод скалярной прогонки
д) правильного ответа нет

13. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Чему равна норма $\| A \|_\infty$?

а) 16;
б) 12;
в) 14;
г) 17;
д) нет правильного ответа.

14. Дана матрица A:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Какова будет матрица U после выполнения LU – разложения матрицы A?

а) $U=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 3 & -1 & -1\\ 0 & 0 & -0.67 & -1.67\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$; б) $U=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 3 & -1 & -1\\ 0 & 0 & -0.33 & -1.67\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$;

в) $U=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 3 & -1 & -1\\ 0 & 0 & -0.67 & -1.67\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$; г) $U=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 3 & 1 & -1\\ 0 & 0 & -0.67 & -1.67\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$;

д) невозможно выполнить LU-разложение матрицы A.

15. Вычисление определителя LU-факторизованной матрицы A, где

$$A=(a_{ij}),\ i=1,..,n,\ j=1,..,n,$$

$$L=\begin{cases}0, & i<j,\\ 1, & i=j\\ l_{ij}, & i>j,\end{cases}, \qquad U=\begin{cases}0, & i>j,\\ u_{ij}, & i\le j,\end{cases}$$

осуществляется как….

а) $detA=a_{11}a_{22\ldots}a_{nn}$;
б) $detA=u_{11}u_{22}\ldots u_{nn}$;
в) $detA=l_{11}l_{22}\ldots l_{nn}$;
г) *верного ответа нет.*

16. Решение СЛАУ $Ax=b$ методом квадратных корней состоит из следующих этапов:

а) *1) представить $A=LU$;*
2) найти матрицы L,U;
3) из системы $Ly=b$ определить y;
4) из системы $Ux=y$ определить x.

б) *1) представить $A=U^TU$;*
2) определить матрицы U, U^T;
3) из системы $U^Ty=b$ определить y;
4)из системы $Ux=y$ определить x.

в) *1) на первом этапе из матрицы A получить верхнюю треугольную матрицу с единичными диагональными элементами;*
2) на втором этапе, используя полученную матрицу, определить x.

г) *нет верного ответа.*

17. Дана система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$ с матрицей

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}.$$

Укажите вид матрицы C после выполнения прямого хода метода Гаусса ($Ax=b$ преобразуется в $Cx=y$).

а) $\tilde{N}=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1 & -1\\ 0 & 1 & -1/3 & 1/3\\ 0 & 0 & 1 & 5\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$; *б)* $C=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & -1/3 & -1/3\\ 0 & 0 & 1 & 5\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$;

в) $C=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & -1/3 & 1/3\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$; *г)* $C=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1 & 1\\ 0 & 1 & -1/3 & 1/3\\ 0 & 0 & 1 & 0.5\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$;

д) для данной системы метод Гаусса не применим.

18. Какое из нижеприведенных выражений характеризует трудоемкость метода Гаусса решения СЛАУ?

а) $\approx n^3/3$;
б) $\approx n^2/2$;
в) $\approx n$;
г) $\approx 4n^3/3$.

Здесь n - число уравнений системы.

Типовые вопросы к зачету:

1. Приближенные числа. Источники и классификация погрешности.
2. Правила приближенных вычислений и оценка погрешности при вычислениях.
3. Десятичная запись приближенных чисел. Значащая цифра. Количество верных знаков.
4. Обратная задача теории погрешности.
5. Решение СЛАУ методом Гаусса.
6. Решение СЛАУ методом Гаусса с постолбцовым выбором главного элемента.
7. Обусловленность линейных алгебраических систем.
8. Применение метода Гаусса к вычислению определителей и обращению матриц.
9. LU-разложение матриц.
10. Метод простых итераций решения СЛАУ.
11. Метод Якоби.
12. Метод Зейделя.
13. Методы решения нелинейных скалярных уравнений. Локализация корней.
14. Типы сходимости итерационных последовательностей.
15. Метод дихотомии. Метод хорд.
16. Решение скалярных уравнений методом простых итераций. Задача о неподвижной точке.
17. Полиномиальная интерполяция. Задача и способы аппроксимации функций.
18. Оценка погрешности интерполяционной формулы Лагранжа.
19. Численное интегрирование. Квадратурные формулы прямоугольников.
20. Оценка погрешности численного интегрирования.
21. Семейство квадратурных формул Ньютона.
22. Численное дифференцирование. Формулы численного дифференцирования.

Типовые темы рефератов:

1. Численные методы в прикладной математике и естественных науках. Элементарная теория погрешности.

2. Уравнение с одним неизвестным, исследование и отделение корней. Дихотомия. Метод простых итераций. Процесс Эйткена. Метод Ньютона и его модификации. Метод парабол.
3. Системы нелинейных уравнений, метод простых итераций и метод Ньютона.
4. Безусловная минимизация функции одной переменной. Методы золотого сечения, Ньютона, парабол.
5. Безусловная минимизация функций нескольких переменных. Типы рельефов. Методы покоординатного, градиентного и наискорейшего спуска.
6. Вычислительные задачи линейной алгебры, классификация методов и области их применения. Вычислительная обусловленность и её оценка. Прямые методы решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса и его модификации.
7. LU-разложение и его применение для решения СЛАУ, вычисления определителей и обратных матриц. Метод квадратных корней.
8. Итерационные методы решения СЛАУ. Методы Якоби и Зейделя, их сходимость. Методы релаксации. Методы решения СЛАУ, основанные на минимизации квадратичного функционала.
9. Алгебраическая проблема собственных значений. Метод Данилевского. Метод интерполяции. Метод вращения Якоби.
10. Интерполяция. Многочлены Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности многочленной интерполяции. Многочлены Чебышева, минимизация погрешности интерполяции на чебышевском наборе узлов.