

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Косенок Сергей Михайлович
Должность: ректор
Дата подписания: 08.07.2025 14:05:59
Уникальный программный ключ:
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Математический анализ

Квалификация выпускника	бакалавр <i>бакалавр, магистр, специалист</i>
Направление подготовки	09.03.04 <i>шифр</i> Программная инженерия <i>наименование</i>
Направленность (профиль)	Программное обеспечение компьютерных систем <i>наименование</i>
Форма обучения	очная <i>наименование</i>
Кафедра-разработчик Выпускающая кафедра	Прикладная математика <i>наименование</i> Автоматики и компьютерных систем <i>наименование</i>

Типовые задания для контрольной работы за 2-ой семестр

1. Веб-приложение загружает контент частями (например, изображение или скрипты) для ускорения первоначального отклика. Скорость восприятия пользователем загрузки описывается функцией $S(t) = \frac{100t^2}{t^3 + 10}$, где t - время в секундах. Найти момент времени, когда воспринимаемая скорость загрузки максимальна. Определить, как изменяется удовлетворенность при $t \rightarrow \infty$.

2. Веб сервер обрабатывает запросы с интенсивностью, которая меняется в зависимости от времени суток. Известно, что нагрузка (количество запросов в секунду) описывается функцией $\lambda(t) = 1000e^{-0.1(t-12)^2}$. Необходимо вычислить общее количество запросов, которое сервер обрабатывает за промежуток времени $[t_1, t_2]$, чтобы определить требуемую пропускную способность сервера и оптимизировать выделение ресурсов.

Типовые задания для контрольной работы за 3-ий семестр

1. Разрабатывается алгоритм сжатия, который представляет сигнал как сумму гармоник $f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi nt}{T} + b_n \sin \frac{2\pi nt}{T} \right)$ и отбрасывает гармоники с коэффициентами $|a_n|, |b_n| < \varepsilon$, где ε – некоторое пороговое значение. Определить сходимость ряда для типовых сигналов, имеющих $|a_n|, |b_n| \leq \frac{1}{n^2}$, минимальное N , при котором ошибка сжатия $< 1\%$, доказать, что сумма отброшенных членов рядов $< \varepsilon$.

2. Удовлетворённость пользователей контентом описывается функцией $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy$, где x – длительность воспроизведения контента, а y – скорость его загрузки. Найти значения аргументов, при которых удовлетворенность пользователей будет локально минимальное значение.

3. Вычислить ожидаемую нагрузку на сервер в течение суток за рабочую неделю с 9 до 18 часов. Интенсивность запросов задается функций $\lambda(t, d) = 1000e^{-0.1(t-12)^2} \left(1 + 0.5 \sin \left(\frac{2\pi d}{7} \right) \right)$, где t – время суток, а d – день недели.

Типовые вопросы и практические задания к зачету за второй семестр

Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):

1. Определение функции. Способы ее задания. Графики элементарных функций.
2. Предел числовой последовательности. Монотонные последовательности. Ограниченные последовательности. Верхняя, нижняя, точная верхняя, точная нижняя грани числовой последовательности.
3. Теоремы о сходящихся последовательностях. Число e .
4. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Их свойства.
5. Основные теоремы о пределах.
6. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых.
7. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.
8. Свойства функций непрерывных на отрезке (теоремы Коши, Вейерштрасса первая и вторая).
9. Определение производной функции. Определение дифференцируемой функции. Геометрический смысл производной. Односторонние производные.
10. Общие правила дифференцирования (производная суммы, произведения частного функций, производная сложной функции). Производные элементарных функций.
11. Дифференциал функции. Геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
12. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование функции заданной параметрически.
13. Свойства дифференцируемых функций (Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталья.
14. Формула Тейлора-Маклорена.
15. Возрастание и убывание функций. Экстремумы функций. Необходимое и достаточное условия существования экстремума функции.
16. Выпуклость функции. Точки перегиба.
17. Асимптоты. Исследование функций. Схема построения графиков функций
18. Приближенные методы поиска экстремума функций.
19. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Таблица основных интегралов.
20. Основные методы интегрирования (Замена переменной интегрирования, интегрирование по частям).
21. Определенный интеграл.
22. Основные свойства определенного интеграла (свойства, формула Ньютона-Лейбница, определенный интеграл с переменным верхним пределом, теорема о среднем, замена переменной в определенном интеграле, интегрирование по частям).
23. Приближенное вычисление определенных интегралов (метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона).
24. Несобственные интегралы.

25. Геометрические приложения определенного интеграла (площадь плоской фигуры, площадь в полярных координатах, объем тела по известным площадям параллельных сечений, объем тела вращения, длина дуги, площадь поверхности вращения).

Практическое задание к зачету

1. Серверное API обрабатывает запросы со скоростью 50 мс/запрос для первых 1000 пользователей, при этом каждые следующие 1000 пользователей увеличивает время обработки на 5%. Необходимо найти предельное время обработки при неограниченном росте числа пользователей, чтобы обосновать выбор горизонтального масштабирования и определить порог, после которого добавление серверов становится обязательным.
2. Веб-приложение передает контент частями, например изображение или скрипты. Функция задержки передачи $D(s) = \frac{s^2}{2R} - \frac{s}{B}$, где s - размер пакета. Найти оптимальный размер пакета.
3. Веб сервер обрабатывает запросы с интенсивностью, которая меняется в зависимости от времени суток. Известно, что нагрузка (количество запросов в секунду) описывается функцией $\lambda(t) = \frac{1000}{1+(t-12)^2}$. Необходимо вычислить общее количество запросов, которое сервер обрабатывает за промежуток времени $[t_1, t_2]$, чтобы определить требуемую пропускную способность сервера и оптимизировать выделение ресурсов.

Типовые вопросы и практические задания к экзамену за третий семестр

Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):

1. Числовые ряды. (Основные понятия и свойства). Необходимый признак сходимости рядов.
2. Положительные ряды и признаки их сходимости. (Признак сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши).
3. Знакопередающиеся Ряды (признак Лейбница). Абсолютная и условная сходимость.
4. Степенные ряды. (Область сходимости, теорема Абеля, интервал сходимости, радиус сходимости). Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора и Маклорена (существование и единственность разложения, ряд Тейлора элементарных функций).
5. Приближенные методы интерполяции.
6. Тригонометрические ряды. (Тригонометрическая система функций). Ряд Фурье (Сходимость ряда Фурье, ряды по косинусам и синусам, ряд Фурье на произвольном промежутке). Комплексная форма ряда Фурье. Преобразование Фурье.
7. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.
8. Частные производные. Полный дифференциал. Понятие дифференцируемости функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
9. Производные и дифференциал сложной функции. Дифференцирование неявной функции.
10. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций двух переменных.
11. Экстремумы функции двух переменных. (Необходимое условие существования экстремума, достаточное условие существования экстремума, условный экстремум). Метод наименьших квадратов.
12. Численные методы поиска экстремума функций многих переменных.
13. Двойные интегралы. (Определение, свойства, теорема существования). Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу в прямоугольной области.

14. Сведение двойного интеграла к повторному в криволинейной области. Двойной интеграл в полярных координатах. Интеграл Эйлера-Пуассона. Вычисление площади кривой поверхности.
15. Тройные интегралы. Вычисление тройных интегралов. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

Практическое задание

1. Дан сигнал $f(t) = t^2$, $t \in [-\pi, \pi]$. Найти коэффициенты Фурье, доказать, что ошибка аппроксимации после отбрасывания гармоник с $n > N$ меньше $\frac{10}{N^3}$.
Определить N , для которого сумма отброшенных членов < 0.1 .
2. Найти оптимальные параметры рекламного баннера на сайте для максимизации прибыли, учитывая раздражение пользователей в связи с его показом. Раздражение пользователей описывается функцией $f(x, y) = 0.5x\sqrt{y} - 0.1x^2 - 0.05y^2$, где x – ширина баннера в процентах от ширины экрана, а y – количество показов в час.
3. Вычислить ожидаемую нагрузку на сервер в течение суток за субботу и воскресенье с 10 до 22 часов. Интенсивность запросов задается функцией $\lambda(t, d) = 1000e^{-0.1(t-12)^2} \left(1 + 0.5 \sin\left(\frac{2\pi d}{7}\right) \right)$, где t – время суток, а d – день недели.